

# МЕТОД СТЕРЕОСКОПИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ, РАЗРАБОТАННЫЙ РЕШЕНИЕМ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

Ежов В.А., ИОФРАН

**Аннотация.** В разработанном методе стереоскопического отображения используется модуляция как интенсивности, так и состояния поляризации света. Выведены переходные функции для реализации метода с помощью жидкокристаллических (ЖК) матриц, работающих на основе электрически управляемой оптической активности и двупреломления.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Доминирование ЖК матриц в сфере дисплейной техники ведет к желательности их использования для стереоскопического отображения, не теряя при этом пространственного разрешения в изображении. Поскольку стереоизображение передается парой ракурсов, т.е. двойным 2Д изображением, особую ценность представляет разработка стереоскопических методов, которые позволяют в произвольном  $mn$ -м пикселе ЖК матрицы одновременно (совместно) воспроизводить  $mn$ -е пиксели двух изображений (рис.1). Впервые общий подход к разработке таких методов предложен в [1].

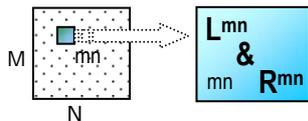


Рис.1 Объединение  $mn$ -х элементов

## 2. ОБЩИЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ МЕТОДА

Пусть  $B_L^{mn}$  и  $B_R^{mn}$  - интенсивности  $mn$ -х элементов левого и правого ракурсов исходной 3Д сцены, а  $J_L^{mn}$  и  $J_R^{mn}$  - интенсивности  $mn$ -х элементов левого и правого ракурсов, воспроизводимых стереоскопическим дисплеем и воспринимаемых соответственно левым и правым глазами наблюдателя.

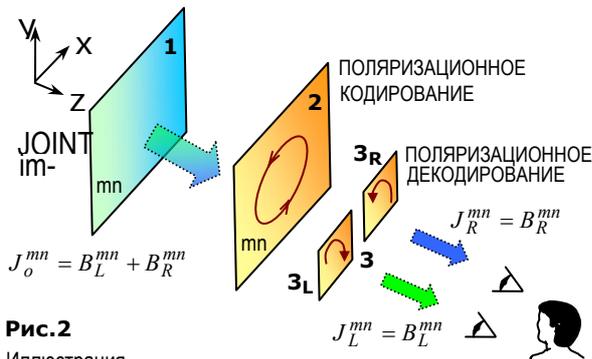


Рис.2 Иллюстрация к выводу соотношений (1) и (2)

Пусть  $mn$ -й элемент (пиксель) матричного дисплея создает на этапе 1 элементарный световой поток с интенсивностью  $J_o^{mn}$  (рис.2), пропорциональной сумме элементарных световых потоков  $J_L^{mn}$  и  $J_R^{mn}$  (1). Затем на этапе 2 поляризация света в  $mn$ -ом пикселе модулируется по алгоритму кодирования, который впоследствии позволит разделить общий световой поток с интенсивностью  $J_o^{mn}$

(с помощью средства 3 поляризационного декодирования) на два световых потока с интенсивностями  $J_L^{mn}$  и  $J_R^{mn}$ , направляемых в левый и правый глаза наблюдателя соответственно. Ясно, что для выполнения условия (2) необходимо соблюдение условия (1).

$$J_o^{mn} = J_L^{mn} + J_R^{mn} = B_L^{mn} + B_R^{mn}. \quad (1)$$

$$J_L^{mn} / J_R^{mn} = B_L^{mn} / B_R^{mn}. \quad (2)$$

Два удивительно простых условия (1) и (2) обеспечивают, как будет показано ниже, требуемое решение уравнения поляризации для нахождения искомой передаточной функции ЖК матрицы с целью реализации требуемого алгоритма поляризационного кодирования.

## 3. ВЫВОД И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

### 3.1. Вывод уравнения в требуемой общей форме

Электрический вектор  $E$  гармонической плоской световой волны, распространяющейся вдоль координаты  $z$ , описывается выражением (3), где  $E_o$  - максимальная амплитуда вектора,  $\tau$  - переменная

$$E^{mn} = E_o^{mn} \cos(\tau + \delta^{mn}), \quad (3)$$

часть фазового аргумента ( $\tau = \omega t$  для фиксированной точки на  $z$ ) и  $\delta$  - начальный фазовый сдвиг. Определим в (4) и (5)  $E_x^{mn}$  и  $E_y^{mn}$  как  $x$ - и  $y$ -компоненты электрического вектора  $E$ , где угол  $\varphi$  есть начальный угол наклона электрического вектора  $E$  к оси  $x$ , а  $\delta_1^{mn}$  и  $\delta_2^{mn}$  - начальные

$$E_x^{mn} = E_o^{mn} \cos \varphi^{mn} \cos(\tau + \delta_1^{mn}), \quad (4)$$

$$E_y^{mn} = E_o^{mn} \sin \varphi^{mn} \cos(\tau + \delta_2^{mn}), \quad (5)$$

фазовые сдвиги для  $x$ - и  $y$ -компонентов.

Исключая общий временной фактор  $\tau$  из (1) и (2) посредством стандартных тригонометрических преобразований, получим искомое общее уравнение (6) эллиптической поляризации, где  $\Delta\delta^{mn} = \delta_1^{mn} - \delta_2^{mn}$  - относительный фазовый сдвиг между  $x$ - и  $y$ -компонентами.

$$\frac{(E_x^{mn})^2}{\cos^2 \varphi^{mn}} + \frac{(E_y^{mn})^2}{\sin^2 \varphi^{mn}} - \frac{2E_x^{mn} E_y^{mn}}{\cos \varphi^{mn} \sin \varphi^{mn}} \cos \Delta\delta^{mn} = (E_o^{mn})^2 \sin^2 \Delta\delta^{mn} \quad (6)$$

### 3.2. Случай модуляции фазового сдвига $\Delta\delta^{mn}$

В случае модуляции величины фазового сдвига  $\Delta\delta^{mn}$  при фиксированном  $\varphi^{mn} = \pi/4$  (рассмотренным в качестве примера) уравнение (6) принимает вид (7). Найдем передаточную функцию решением уравнения (7) при условиях (1) и (2). Зададим поляризационно-

$$(E_x^{mn})^2 + (E_y^{mn})^2 - 2E_x^{mn} E_y^{mn} \cos \Delta\delta^{mn} = \frac{(E_o^{mn})^2}{2} \sin^2 \Delta\delta^{mn} \quad (7)$$

декодирующее средство  $\mathcal{Z}$  в виде взаимно ортогональных линейных поляризационных фильтров  $\mathcal{Z}_L$  и  $\mathcal{Z}_R$ , ориентированных относительно координат  $x$  и  $y$  в соответствии с рис.3. Направления

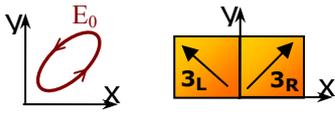


Рис.3 Фильтры с линейной поляризацией

осей поляризации фильтров  $\mathcal{Z}_L$  и  $\mathcal{Z}_R$  описываются соответственно прямыми  $y=-x$  и  $y=x$ . Обозначим интенсивность света после фильтра  $\mathcal{Z}_R$  как  $J_{y=x}^{mn}$  и после фильтра  $\mathcal{Z}_L$  как  $J_{y=-x}^{mn}$ . Тогда величина

$J_{x=y}^{mn} = (E_{x=y}^{mn})^2$  интенсивности света после фильтра  $\mathcal{Z}_R$  ( $y=x$ ) опи-

сывается выражением (8), полученным при подстановке в (7) соотношения  $E_x^{mn} = E_y^{mn} = E_{x=y}^{mn}$ . Величина интенсивности

$J_{y=-x}^{mn} = (E_{y=-x}^{mn})^2$  света после фильтра  $\mathcal{Z}_L$  ( $y=-x$ ) описывается выра-

жением (9), полученным при подстановке в (7) соотношения  $E_x^{mn} = -E_y^{mn} = E_{x=-y}^{mn}$ .

$$J_{x=y}^{mn} = \frac{(E_o^{mn})^2 \sin^2 \delta^{mn}}{4(1 - \cos \delta^{mn})} \quad (8)$$

$$J_{x=-y}^{mn} = \frac{(E_o^{mn})^2 \sin^2 \delta^{mn}}{4(1 + \cos \delta^{mn})} \quad (9)$$

Деление (8) на (9) дает (10). Из (10), принимая во внимание условие (2), получим (11), из которого получаем искомую передаточную функцию для фазового сдвига - решение  $\delta_s^{mn}$  (12).

Легко проверить, что функция (12) дает требуемую сепарацию левого  $B_L^{mn}$  и правого  $B_R^{mn}$  элементов 3Д сцены, представленных в интенсивностях левого  $J_L^{mn}$  и правого  $J_R^{mn}$  ракурсов, заданных рассмат-

риваемым методом. В самом деле, подстановка (12) в (11) дает (13). При совместном рассмотрении (13) и (1) видно, что выполняются условия сепарации  $J_L^{mn} = B_L^{mn}$  и  $J_R^{mn} = B_R^{mn}$ .

Можно предположить, что использование квадратурных величин  $\delta_s^{mn} \pm k \frac{\pi}{2}$  фазового сдвига (где  $k=1,2,\dots$ ) позволит применить фильтры  $\mathcal{Z}_L$  и  $\mathcal{Z}_R$  с циркулярной поляризацией (рис.4).

$$\frac{J_{x=y}^{mn}}{J_{x=-y}^{mn}} = \frac{J_L^{mn}}{J_R^{mn}} = \frac{1 + \cos \delta^{mn}}{1 - \cos \delta^{mn}} \quad (10)$$

$$\frac{B_R^{mn}}{B_L^{mn}} = \frac{1 + \cos \delta^{mn}}{1 - \cos \delta^{mn}} \quad (11)$$

$$\delta_s^{mn} = \arccos \left[ \frac{B_R^{mn} - B_L^{mn}}{B_R^{mn} + B_L^{mn}} \right] \quad (12)$$

$$\frac{J_R^{mn}}{J_L^{mn}} = \frac{1 + \cos \left[ \arccos \left( \frac{B_R^{mn} - B_L^{mn}}{B_R^{mn} + B_L^{mn}} \right) \right]}{1 - \cos \left[ \arccos \left( \frac{B_R^{mn} - B_L^{mn}}{B_R^{mn} + B_L^{mn}} \right) \right]} = \frac{1 + \left( \frac{B_R^{mn} - B_L^{mn}}{B_R^{mn} + B_L^{mn}} \right)}{1 - \left( \frac{B_R^{mn} - B_L^{mn}}{B_R^{mn} + B_L^{mn}} \right)} = \frac{B_R^{mn}}{B_L^{mn}} \quad (13)$$



Рис.4 Фильтры с циркулярной поляризацией

### 3.3 Модуляция угла наклона $\varphi^{mn}$ линейно-поляризованного света (оптическая активность)

Для случая изменения угла наклона  $\varphi^{mn}$  линейной поляризации (рис.5) при принятии нулевого значения фазового сдвига  $\delta^{mn}=0$  получим частный случай (14) уравнения эллиптической поляризации

Деление (14) на  $(E_x^{mn})^2$  и умножение на  $\cos^2 \varphi$  дает (15), из которого

$$\frac{(E_x^{mn})^2}{\cos^2 \varphi^{mn}} + \frac{(E_y^{mn})^2}{\sin^2 \varphi^{mn}} - \frac{2E_x^{mn} E_y^{mn}}{\cos \varphi^{mn} \sin \varphi^{mn}} = 0 \quad (14)$$

получаем искомое решение  $\varphi_S^{mn}$  в виде (16)



Рис.5 Фильтры с линейной поляризацией

$$\left(\frac{E_y^{mn}}{E_x^{mn}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y^{mn}}{E_x^{mn}}\right) \operatorname{tg} \varphi^{mn} + \operatorname{tg}^2 \varphi^{mn} = 0 \quad (15)$$

$$\varphi_S^{mn} = \operatorname{arctg} \left( \frac{E_y^{mn}}{E_x^{mn}} \right) = \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{J_y^{mn}}{J_x^{mn}}} \right) = \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{B_L^{mn}}{B_R^{mn}}} \right) \quad (16)$$

### 3.4. Комбинация модуляции фазового сдвига $\Delta\delta^{mn}$ и угла наклона $\varphi^{mn}$



Fig.6 Фильтры с линейной поляризацией

Для комбинации (рис.6) фазового сдвига  $\Delta\delta^{mn}$  с инвариантной (относительно угловой ориентации  $\varphi^{mn}$  эллипса поляризации) оптической активностью для некоторой ЖК матрицы следует рассматривать общее уравнение (6) эллиптической поляризации. Для одного из фильтров ( $y=x$ ) имеем соотношение  $E_x^{mn} = E_y^{mn} = E_{x=y}^{mn}$ , подстановка которого в (6) дает (17), и для другого фильтра ( $y=-x$ ) имеем соотношение  $E_x^{mn} = -E_y^{mn}$

$$J_{x=y} \left( \frac{1 - 2 \cos \varphi^{mn} \sin \varphi^{mn} \cos \Delta\delta^{mn}}{\cos^2 \varphi^{mn} \sin^2 \varphi^{mn}} \right) = (E_o^{mn})^2 \sin^2 \Delta\delta^{mn} \quad (17)$$

(т. е.  $E_{x=-y}^{mn} = E_x^{mn} = -E_y^{mn}$ ), подстановка которого в (6) дает (18). Деление (17) на (18) дает (19)

$$J_{x=-y} \left( \frac{1 + 2 \cos \varphi^{mn} \sin \varphi^{mn} \cos \Delta\delta^{mn}}{\cos^2 \varphi^{mn} \sin^2 \varphi^{mn}} \right) = (E_o^{mn})^2 \sin^2 \Delta\delta^{mn} \quad (18)$$

$$\frac{J_{x=y}^{mn}}{J_{x=-y}^{mn}} = \frac{1 + 2 \cos \varphi^{mn} \sin \varphi^{mn} \cos \Delta\delta^{mn}}{1 - 2 \cos \varphi^{mn} \sin \varphi^{mn} \cos \Delta\delta^{mn}} = \frac{B_R^{mn}}{B_L^{mn}} \quad (19)$$

## 4. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА С ПОМОЩЬЮ ЖК МАТРИЦ

Работа ЖК матриц современных практических дисплеев основана на модуляции состояния поляризации света. Как правило, применяются нематические ЖК слои, в которых используются эффекты электрически управляемой оптической активности (ЭУОА), т.е. вращения плоскости поляризации света и электрически управляемого двупреломления (ЭУДП). Модуляция интенсивности света реализуется помещением ЖК матрицы между двумя скрещенными линейными поляризаторами (поляризатором и анализатором). Для поляризационного кодирования следует использовать ЖК матрицу без анализатора.

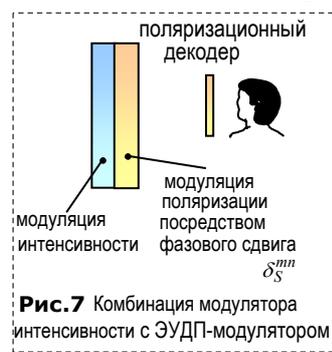


Рис.7 Комбинация модулятора интенсивности с ЭУДП-модулятором

В одном случае (рис.7) может быть использована комбинация матричного модулятора интенсивности с ЖК матрицей, характеризующейся ЭУДП, посредством которого создается фазовый сдвиг  $\Delta\delta^{mn}$  как следствие разницы между показателями преломления  $n_e$  и  $n_o$  для необыкновенного  $e$  и обыкновенного  $o$  лучей

В другом случае (рис.8) может быть использована комбинация матричного модулятора интенсивности с ЖК матрицей, характеризующейся ЭУОА.

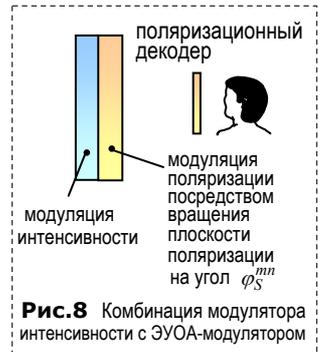


Рис.8 Комбинация модулятора интенсивности с ЭУОА-модулятором

Возможность использования такой комбинации описана в [2] и практически реализована в [3]. В обоих случаях стереоизображение наблюдается с помощью пассивных стереочков, содержащими линейные или циркулярные поляризационные фильтры.

## 2.1 Поляризационно-кодирующий двупреломляющий (ЭУДП) ЖК слой

Двупреломляющий (ЭУДП) ЖК слой (рис.9) создает электрически управляемую величину фазового сдвига  $\Delta\delta^{mn}$  между необыкновенным  $e$  и обыкновенным  $o$  световыми лучами (возникающими внутри слоя), что приводит к изменению состояния эллиптической поляризации комбинированного светового луча после его выхода из слоя (как суммы необыкновенного и обыкновенного лучей). Таковой средой, являются, например:

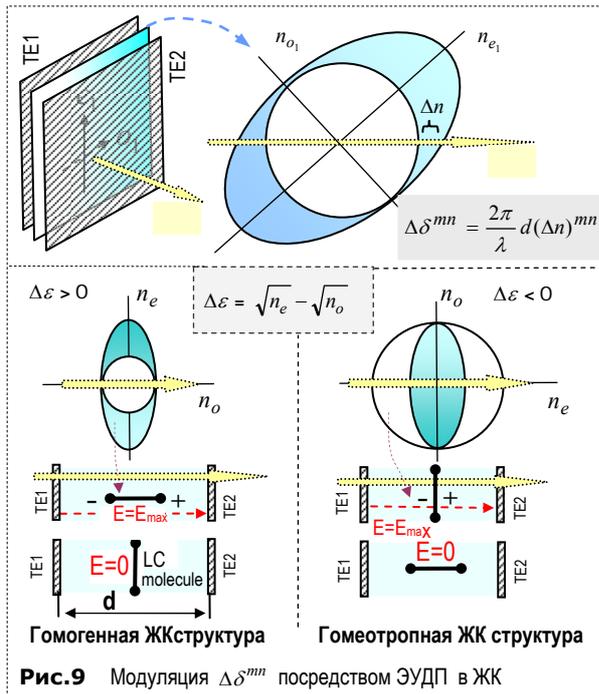


Рис.9 Модуляция  $\Delta\delta^{mn}$  посредством ЭУДП в ЖК

(обычно расположенных с противоположных сторон ЖК слоя) ЖК молекулы ориентированы параллельно плоскостям этих электродов. В противоположной ситуации (при вертикальной ориентации ЖК молекул относительно плоскостей электродов в отсутствие внешнего напряжения) ЖК структуру называют гомеотропной (рис.9, справа).

Двупреломляющий (ЭУДП) ЖК слой создает электрически управляемую величину фазового сдвига  $\Delta\delta^{mn}$  между необыкновенным  $e$  и обыкновенным  $o$  световыми лучами (возникающими внутри слоя), что приводит к изменению состояния эллиптической поляризации комбинированного светового луча после его выхода из слоя (как суммы необыкновенного и обыкновенного лучей). Таковой средой, являются, например:

- ЖК  $\pi$ -ячейка и ее модификации, такие как ячейка с поверхностной модой (surface mode), обе основанные на гомогенной ЖК структуре с положительной анизотропией  $\Delta\epsilon$  диэлектрической проницаемости.

- ЖК ячейка с вертикальной ориентацией (VA), которая основана на гомеотропной ЖК структуре с отрицательной диэлектрической проницаемостью  $\Delta\epsilon$ . ЖК структуру принято называть гомогенной (рис.9, слева), если в отсутствие внешнего управляющего напряжения, прикладываемого посредством двух прозрачных электродов TE1 и TE2

## 2.2 Поляризационно-кодирующий ЖК слой с электрически управляемой оптической активностью (ЭУОА)

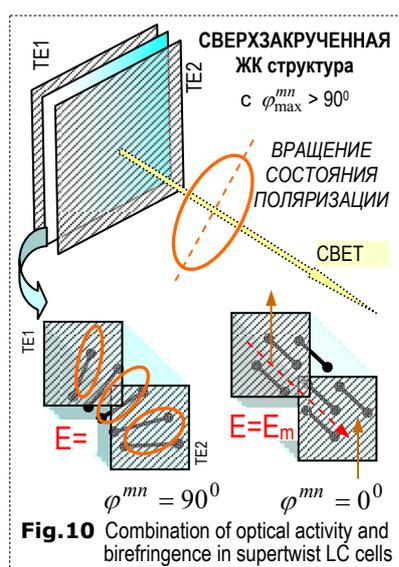


Fig.10 Combination of optical activity and birefringence in supertwist LC cells

ЭУОА реализуется, например, в нематических ЖК слоях с закрученной структурой (твист-структурой) при угле закрутки не более  $90^\circ$  для приповерхностных молекул на противоположных сторонах ЖК слоя.

## 2.3 Поляризационно-кодирующий ЖК слой с комбинацией ЭУДП и ЭУОА

Указанная комбинация реализуется, например, в нематических ЖК слоях с сверхзакрученной структурой (супертвист-структурой), т.е. при при угле закрутки более  $90^\circ$  для приповерхностных ЖК молекул. Промежуточные состояния поляризации света есть эллипсоиды с различной степенью эллиптичности и различными углами наклона главных осей относительно направления поляризации света, входящего в ЖК слой. Передаточная функция таких ЖК слоев описывается формулой (19).

## 2.3 Два или более поляризационно-кодирующих ЖК слоя

**Два двупреломляющих (ЭУДП) ЖК слоя.** Целесообразно располагать эти слои так, чтобы обыкновенный луч первого слоя шел по пути необыкновенного луча в другом слое и наоборот. Это позволяет компенсировать хроматическую дисперсию обоих ЖК слоев, поскольку данная дисперсия характерна в основном для необыкновенного луча, следовательно, в разнице между двумя такими лучами от двух слоев не будет дисперсии. Передаточная функция такой пары «взаимно-ортогональных» слоев описывается формулой (12), если в левую часть последней под-

ставить  $\Delta\delta_s^{mn} = \Delta\delta_1^{mn} - \Delta\delta_2^{mn}$ , где  $\Delta\delta_1^{mn}$  и  $\Delta\delta_2^{mn}$  - фазовые сдвиги, порождаемые первым и вторым ЖК слоями соответственно.

**Два ЖК слоя с оптической активностью (ЭУОА).** Такая структура будет работать только в том случае, если второй ЖК слой (воспринимающий свет от первого слоя) характеризуется инвариантностью к углу оптической активностью. Такое требование не предъявляется к первому ЖК слою, который работает при фиксированном угле линейной поляризации входного света (заданным направлением входного поляризатора). Здесь также полезно применить взаимно ортогональные направления углов закрутки ЖК твист-структур, чтобы реализовать максимально ахроматические свойства комбинации ЖК структур в целом. При такой конфигурации комбинации ЖК структур ее общая передаточная функция описывается формулой (16), если в левой части последней подставить  $\varphi_s^{mn} = \varphi_1^{mn} - \varphi_2^{mn}$ , где  $\varphi_1^{mn}$  и  $\varphi_2^{mn}$  - величины углов поворота плоскости поляризации для первой и второй ЖК структур.

**Двупреломляющий (ЭУДП) и оптически активный (ЭУОА) ЖК слои.** Предпочтительно использовать в качестве второго (по направлению светового потока) ЖК слоя двупреломляющий слой, поскольку он может надлежащим образом функционировать при любом состоянии поляризации падающего на него света. Передаточная функция такой структуры соответствует формуле (19). Однако однозначное решение эта формула может дать только в том случае, если дополнительно задать соотношение между модуляционными характеристиками по  $\Delta\delta_s^{mn}$  и  $\varphi_s^{mn}$ .

**Дальнейшие исследования.** В качестве развития данной работы автором:

- разработана структура первого в мире автостереоскопического (безочкового) ЖК дисплея с ПОЛНЫМ ( $M \times M$ ) разрешением для каждого (левого и правого) ракурсов и с электрическим переключением режимов 2Д-3Д отображения [4].
- проведено обобщение разработанного метода в применении к ЖК матрице ЛЮБОГО типа, характеризующейся произвольным электрооптическим эффектом или любой их комбинацией (например, к современным ЖК матрицам типа IPS, FFS, MVA, PVA, ASV) с охватом также бистабильных вариантов ЖК структур (выполненных, например, на ферроэлектрических ЖК) [5].

## 5. НАБЛЮДЕНИЕ НА ОДНОМ И ТОМ ЖЕ ЭКРАНЕ ДВУХ СОВЕРШЕННО РАЗЛИЧНЫХ МОНОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОЛНЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ ДЛЯ КАЖДОГО

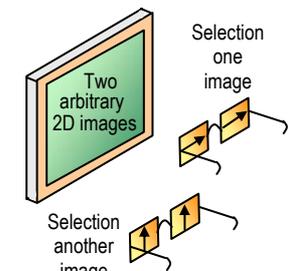


Рис.11 Simultaneous observing of two monoscopic images

Указанная опциональная (для стереоскопического дисплея) возможность обусловлена тем, что нет ограничений на содержание изображений, которые совместно кодируются по поляризации в соответствии с рассмотренными выше формулами. Для этого достаточно подать на вход дисплея совместно электронные сигналы двух разных моноскопических изображений, а двух наблюдателей (которые должны порознь воспринимать независимо друг от друга эти два изображения) снабдить поляризационными стереочками двух видов (рис.11), каждое из которых характеризуется одинаковыми поляризационными фильтрами в двух окнах, но взаимно ортогональными

состояниями поляризации для первого и второго видов очков. Алгоритм работы ЖК модуляторов интенсивности и поляризации при этом не меняется.

## 6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ежов В.А., *Положительное решение ФИПС по заявке № 2006107457 на патент РФ*, дата приоритета 13.03.2006.
- [2] J. Gaudreau, *US Patent 5629798*, filed 07.03.1997.
- [3] J. Gaudreau, M. Bechamp, V. MacNaughton, V. Power, *Proc. SPIE*, **6055**, p. 605518-1.
- [4] Ежов В.А., *Заявка № 20071149 на патент РФ*, дата приоритета 20.04.2007.
- [5] Ежов В.А. *Заявка на патент РФ*, сентябрь 2007 г.